

---

# Számítógépes algebrai rendszer (CAS) az oktatásban

NAGY TAMÁS

*A hetvenes évek végén a közoktatás intézményeiben Magyarországon is megjelentek a számítógépek. Az iskolaszámítógép-program elsősorban a hardver (számítógépek és perifériák) terjesztését tekintette feladatának, bár a Tudományszervezési és Informatikai Intézet oktatási programpályázatot is indított. Az iskolákban alkalmazott számítástechnikai eszközök 1983 és 1994 között többször is „megújultak” (ABC 80, HT 1080-Z, PRIMO, C 64, C 16, C + 4, VIDEOTON, IBM PC stb.). Ezt az időszakot az állandó típus-, teljesítmény- és árváltozás jellemezte, a különféle nem kompatibilis rendszerek és típusok azonban egymás mellett tovább működtek. Az állandó változást nem tudták sem az iskolák, sem pedig az őket kiszolgálni hivatott intézmények (fejlesztés) követni, ami ez különösen az iskolákban alkalmazható oktatási célú szoftverek hiányában (az IBM PC rendszerek mellett is) mutatkozott meg.*

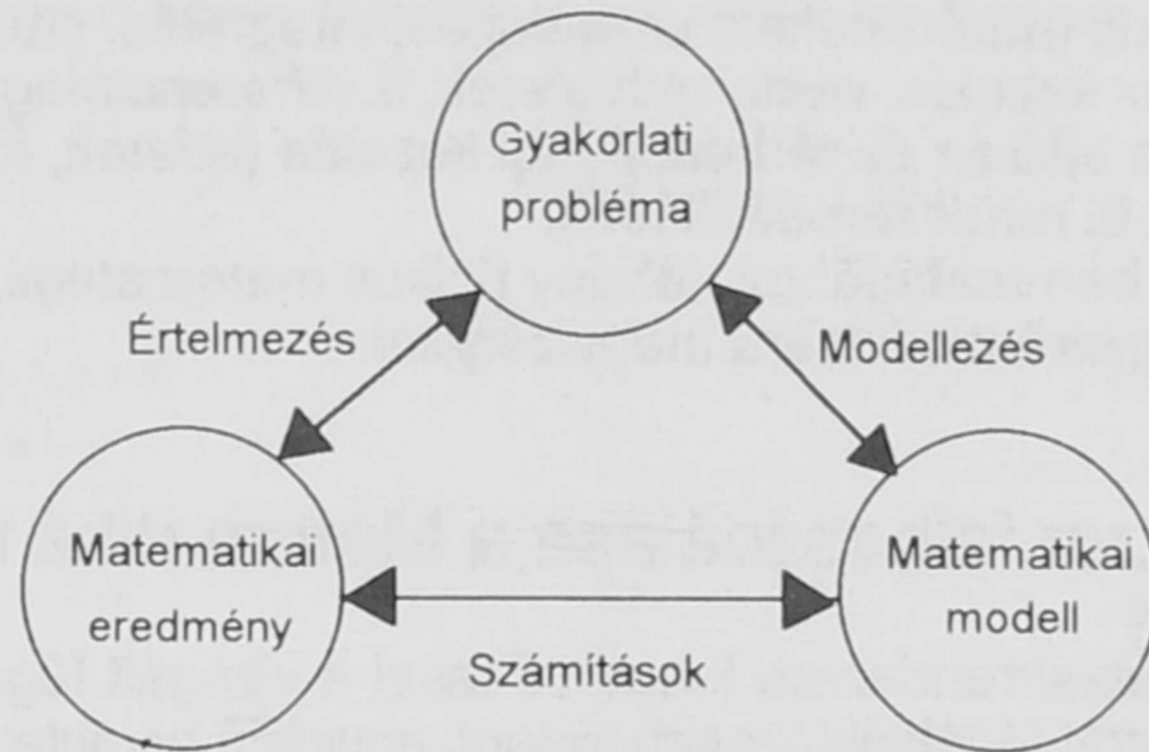
Általánossá vált, hogy ma gyakorlatilag minden iskola rendelkezik számítógéppel (egyre inkább IBM PC gépekkel), de az oktatásban hatékonyan alkalmazható szoftverek már kevésbé terjedtek el – a „jogtisztá”, megvásárolt szoftverek száma csak lassan növekszik. Ennek természetesen szemléletbeli és pénzügyi okai egyaránt voltak és vannak.

Felmerül a kérdés, hogy az iskolák milyen stratégiát kövessenek, ha lehetőségük van szoftvert vásárolni. Speciális, egy-egy szűk tantárgyi tartalomra írt vagy több, szélesebb területen is alkalmazható szoftvert szerezzenek-e be? Ezt a kérdést nehéz eldönteni, bár valószínű, hogy a második változat a jelenleg célszerű gyakorlati megoldás. A szélesebb alkalmazási terület módszertani kidolgozatlansággal jár együtt és ezáltal a pedagógustól is több munkát, önállóságot követel.

A nem oktatási célú IBM PC szoftverek száma rendkívül nagy. Úgy a terjedelmi korlátok miatt jelen dolgozatban csak egy szűk területtel tudunk foglalkozni. Tartalmi szempontból a matematikai megközelítési mód biztosítja a legszélesebb alkalmazási területet, hiszen a természet-, a társadalom- és a műszaki tudományok mindegyike felhasználja a matematika eszköztárát.

A matematika eszközeivel különféle tudományterületek problémái, feladatai oldhatók meg. A problémamegoldás egyszerű menetét az 1. ábra mutatja be.

A gyakorlati probléma feltárása a pedagógus módszertani és szakmai ismereteit követeli meg. A matematikai modell felállítása – probléma leírása a matematika eszközeinek segítségével – szakmai és matematikai ismereteket feltételez. A matematikai eredmény (számok, vektorok, mátrixok, függvények alakja stb.) meghatározása *nem matematika tantárgy* esetén olyan „technikai” feladat, amelyhez célszerű segédeszközöket alkalmazni. A különféle eszközök felhasználása nem új keletű dolog, hiszen korábban is használtak például: függvénytáblázatokat, logarlécet, zsebszámológépet. A CAS (számítógépes algebrai rendszerek) szoftverek, mint matematikai segédeszközök a problémamegoldás egy új, rendkívül hatékony formájának tekinthetők.



1. ábra

Módszertani szempontból egy gyakorlati probléma (feladat) megoldása (általában) a következő feldolgozási lépéseket feltételezi: 1. probléma felvetése; 2. problémával kapcsolatos ismeretek aktualizálása; 3. megoldáshoz szükséges szabályok, feltételek meghatározása; 4. képletek, összefüggések levezetése, értelmezése; 5. adatok behelyettesítése (eltérő adatokkal többször); 6. végeredmény meghatározása; 7. kapott eredmények értékelése, elemzése; 8. önálló tanulói alkalmazás, gyakorlás. A CAS szoftverek alkalmazása esetén a kövér betűkkel írt lépések számítógéppel (is) elvégezhetők, így a tanulók a rendelkezésre álló időben több példát, több eltérő tipikus megoldást ismerhetnek meg (megkönnyíthető az általános szabályok felismerése, belátása).

A CAS rendszerek használata során megkülönböztethető:

- matematika tantárgyban történő alkalmazás, amely elsősorban a numerikus módszerek felhasználási lehetőségeit növeli meg;
- matematikai összefüggéseket felhasználó más tantárgyban történő alkalmazás:
  - mint segédeszköz meggyorsítja a matematikai apparátus használatát;
  - sok példa gyors bemutatásával jobban kihasználja a rendelkezésre álló időt;
  - az eredmények, függvények bemutatásával konkretizálja, szemlélteti az elvont problémákat;
  - egyszerűbb „szimulációs” lehetőséget biztosít.

Az eddig leírtak alapján megállapítható, hogy a számítógépes algebrai rendszerek alkalmazása két fő halmazba rendezhető: 1. CAS, mint számolási segédeszköz; 2. CAS, mint módszertani segédeszköz.

A CAS rendszerek rendkívül sokrétűek:

- léteznek DOS és WINDOWS alatt működő változatok (DERIVE, EXCEL);
- megkülönböztethetők képlet- és függvény-, valamint táblázatkezelő rendszerek stb. (Super Calc, Lotus 1-2-3, MAPLE stb.).

A rendelkezésre álló széles választékból két szoftvert választottunk ki:

- DERIVE függvény (képlet) szerkesztő és kezelő (DOS);
- EXCEL táblázatkezelő (WINDOWS).

## DERIVE rendszer (képletkezelő)

A DERIVE szoftver nem oktatási célú fejlesztés eredménye, de egyszerű alkalmazhatósága akár az általános iskolai felhasználást is lehetővé teszi. Egyetlen 360 kB-os lemezen rögzíthetők a felhasználáshoz szükséges fájlok. Úgy egy IBM XT számítógépen, egyetlen mágneslemezes egységgel – bár ez ma már nem jellemző – 512 kB RAM-mal, a leggyakoribb képernyőcsatolók bármelyikével (CGA, Hercules, VGA, stb.) működtethető a rendszer. Hátránya, hogy menürendszere angol nyelvű (nagyszámú hazai alkalmazó esetén valószínűleg könnyen átírhatók a rendszer üzenetei). Az alapvető kezeléshez szükséges parancsok – számuk 20-30 közötti – menüpontként választhatók.

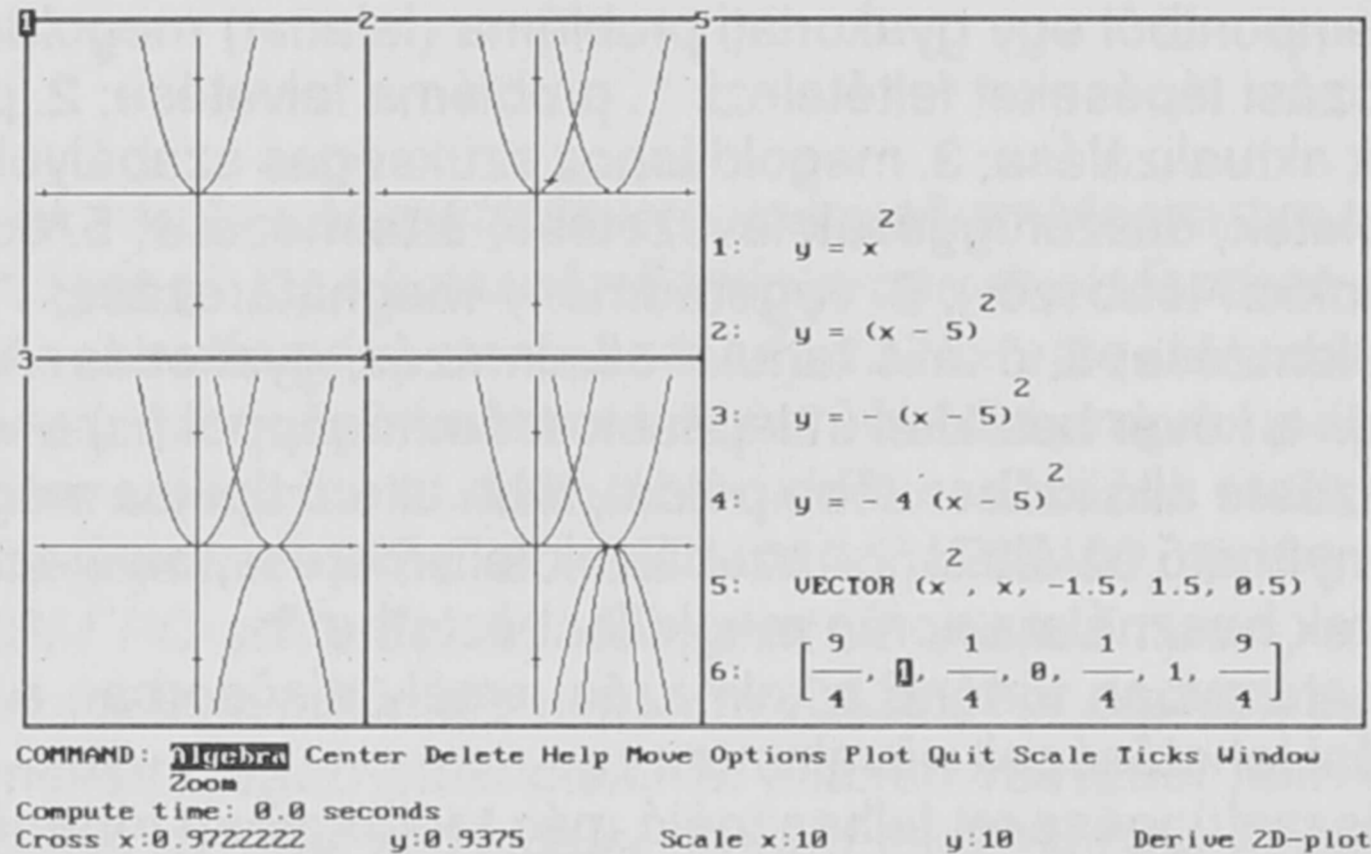
A DERIVE rendszer alapvető funkciói: 1. képletek írása, szerkesztése, módosítása (függvények, változók, konstansok); 2. számítási pontosság meghatározása (tizedes jegyek száma, tört vagy tizedes tört formátum, számrendszerek); 3. képletek egyszerűsí-

tése, kifejtése; 4. analízis (határértékek, sorbafejtés, integrálás, stb.), egyenletek megoldása; 5. vektor és mátrix kezelés, vektorműveletek; 6. differenciálegyenletek kezelése; 7. függvények ábrázolása síkban és térben; 8. fájl kezelés (adatok, képletek, levezetések mentése, beolvasása); 9. rendszerbeállítások.

A DERIVE rendszer bemutatásához néhány tipikus matematikai, valamint egyéb tantárgyi megvalósítást egyaránt célszerű megvizsgálni.

## A DERIVE rendszer felhasználása a Matematika tantárgyban

A DERIVE szoftver ablakrendszere lehetővé teszi a vizsgált függvénykapcsolat képlettel, grafikonnal, vektorral (értéktáblázattal) történő egyidejű bemutatását. A függvény bármilyen megváltoztatása azonnal szemléltethető a több ablakra osztott képernyőn (2. ábra).



2. ábra

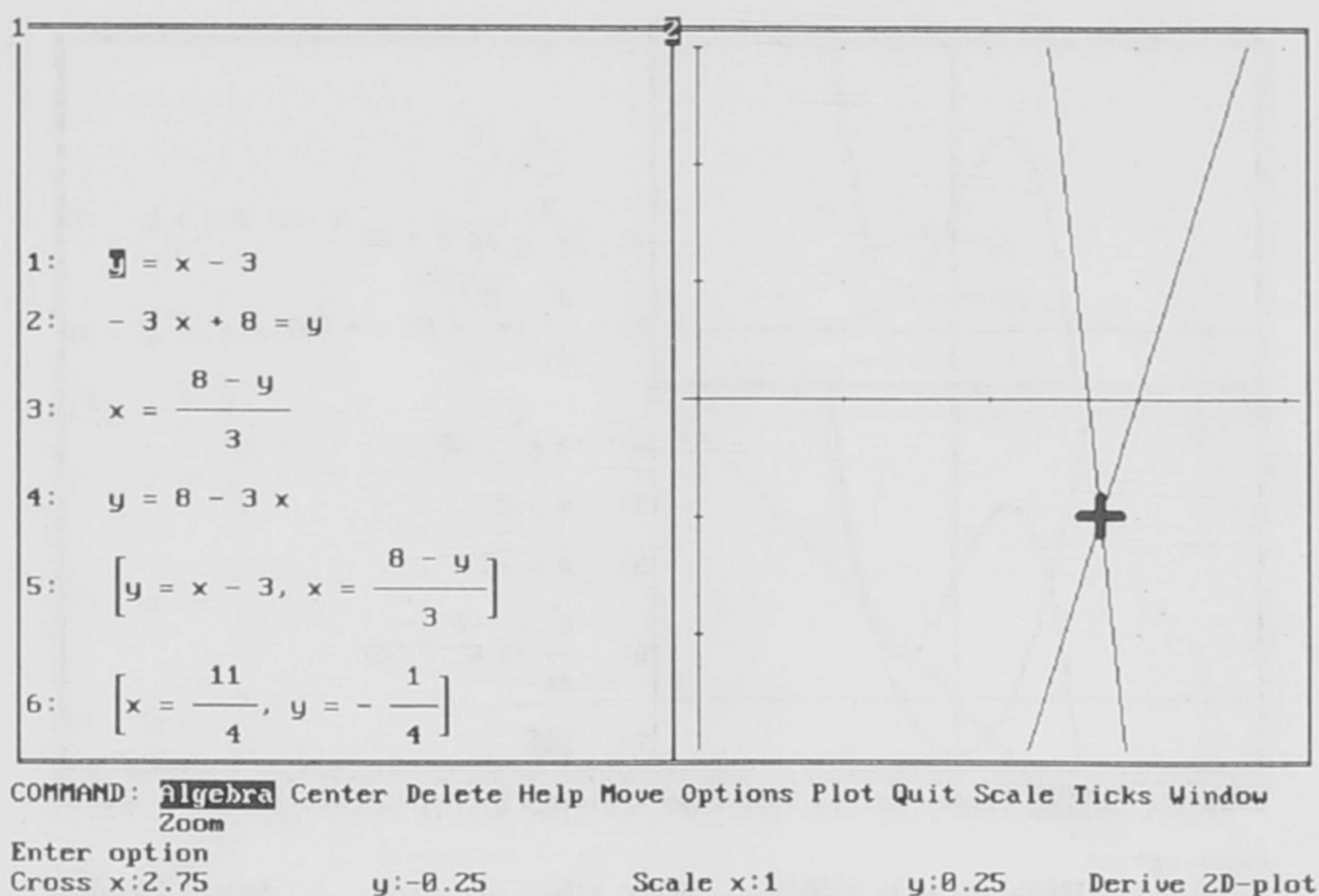
Ez a típusú számítógépes megvalósítás sok hasonlóságot mutat az iskolákban is gyakran alkalmazott (pl.: COMMODORE 16-ra készített) különféle függvényábrázoló programokkal.

A 2. ábrán látható képernyőtartalom fontosabb részei, funkciói:

- sorszámok jelölik az egyes képernyőablakokat (az inverz szám az aktuális ablakot jelöli, minden művelet az aktuális ablakra vonatkozik – itt az 1. ablak a kijelölt);
- a grafikus képernyő skálabeosztása jelzi az ábra arányait (vonal, pont – Scale paranccsal ezt módosítani lehet);
- színek alkalmazása;
- az algebrai ablakban (5) a képletekhez elkészítésük sorrendjének megfelelően számokat rendel a szoftver; egy képlet vagy annak egy része kijelölhető, a kijelölt rész ábrázolható, vagy más új összefüggésbe beépíthető.

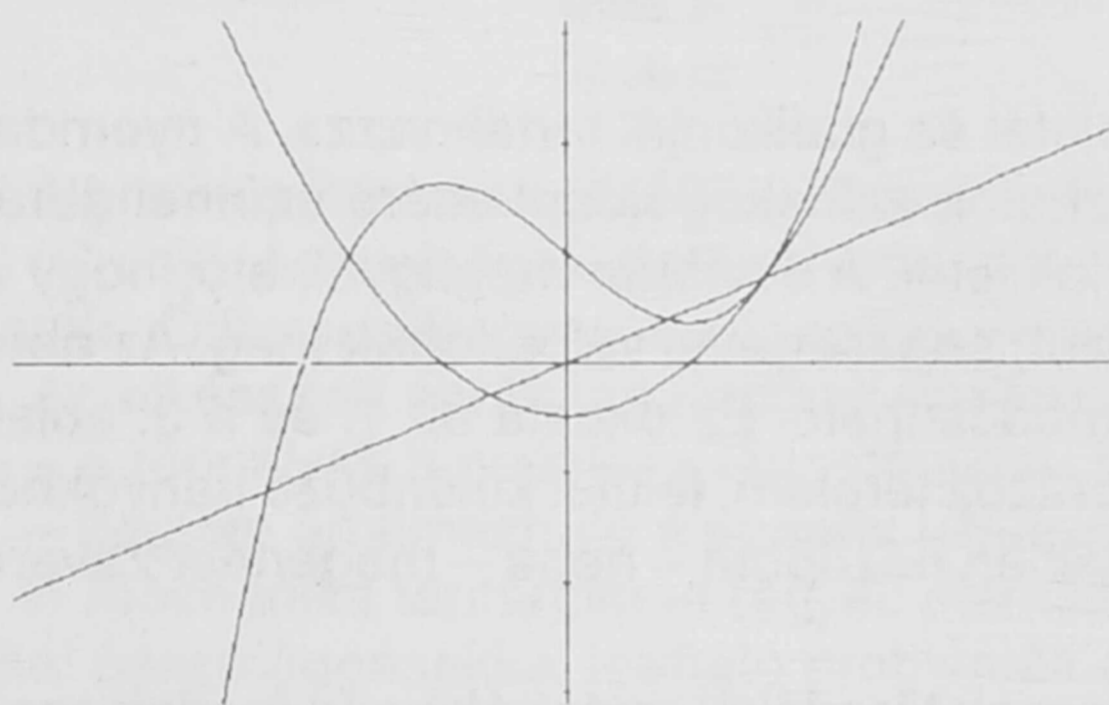
A DERIVE rendszer az ábrázolás mellett – ha szükséges – a megszerkesztett képlet leggyakoribb algebrai átalakításait is elvégzi: tényezőkre bont; közös nevezőt keres; számokat prímszámok szorzatává alakít stb. Ezzel segítheti a tanulót saját munkájának ellenőrzésében, illetve a tanárt több hasonló példa gyors bemutatásánál. Az egyszerűbb algebrai átalakítások mellett egyenletek és egyenlőtlenségek megoldását is támogatja a DERIVE szoftver. Például a 3. ábrán bemutatott elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer vizsgálatánál:

- a változók alapján (1. ablak) rendezhetők az egyenletek (a 2. képletre végrehajtott Solve parancs –  $x$ -re és  $y$ -ra – eredményezte a 3. és a 4. képletet);
- a két egyenletet vektorként felírva (szögletes zárójel közé, vesszővel elválasztva, bemásolva), majd egyszerűsítve (simplify) vektor formában megkaptuk a metszéspont  $x$  és  $y$  értékét;
- a 2. ablakban a két egyenlet ábrázolásával szemléltethető az  $x$  és  $y$  érték (megoldás) keletkezése, értelme (metszéspont);
- a 2. ablakban a grafikus kurzor (Cross: +) mozgatása segítségével közelíthető, vagy pontosan megadható a metszéspont helye (ellenőrzés, grafikus megoldás);
- a skála beosztása alapján (Scale  $x$ : 1/ $y$ : 0,25; vonalak és pontok) becsülhető a metszéspont helye.

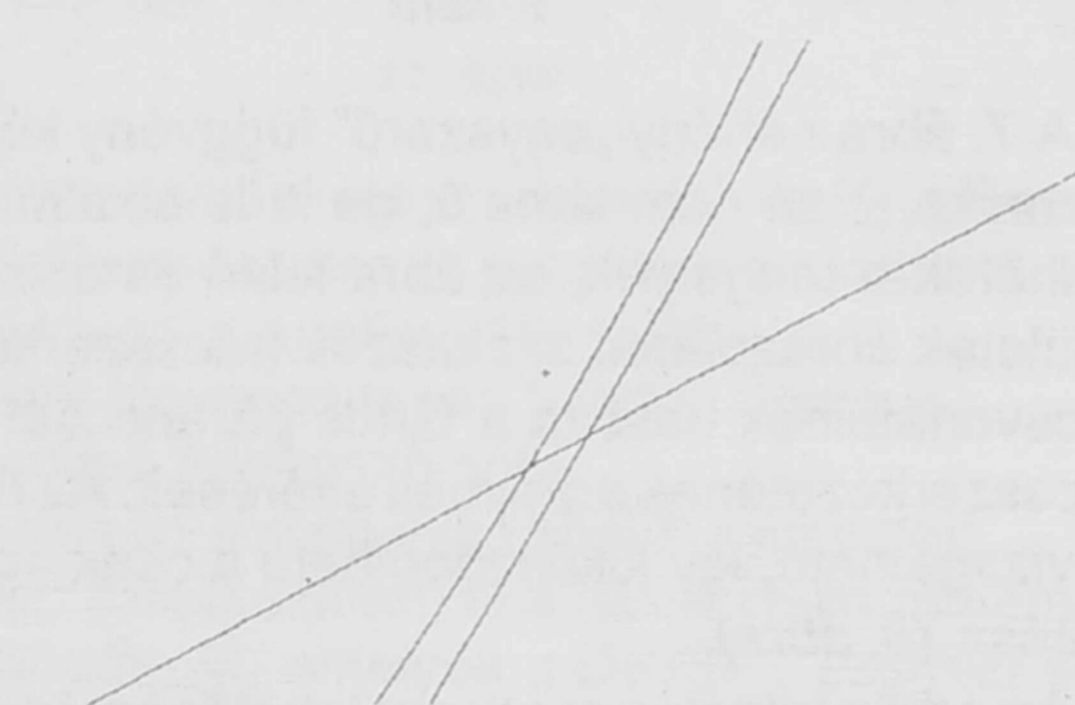


3. ábra

A DERIVE rendszer az elemi és az összetett függvényeket, a transzcendens és az irracionális függvényeket egyaránt kezeli (algebrai műveletek, ábrázolás). A szoftver segítségével meghatározható a függvények határértéke, differenciáhányadosa, határozott és határozatlan integrálja. A 6. ábra a differenciálszámítás alkalmazásai közül a függvényvizsgálat lehetséges algebrai lépéseit és annak ábrázolását mutatja be. Ablakok alkalmazásával követhetővé válik a függvény és deriváltjainak „viselkedése”, a szélsőértékek meghatározásának módja. A 6. ábrán az 1. ablak a vizsgált függvény alakját, a 2. ablak – az előzőn kívül – az első és második derivált grafikonját is tartalmazza. A szabályok felismerése, majd alkalmazása meggyorsítható a képletek és a grafikonok összehasonlításával.



4. ábra

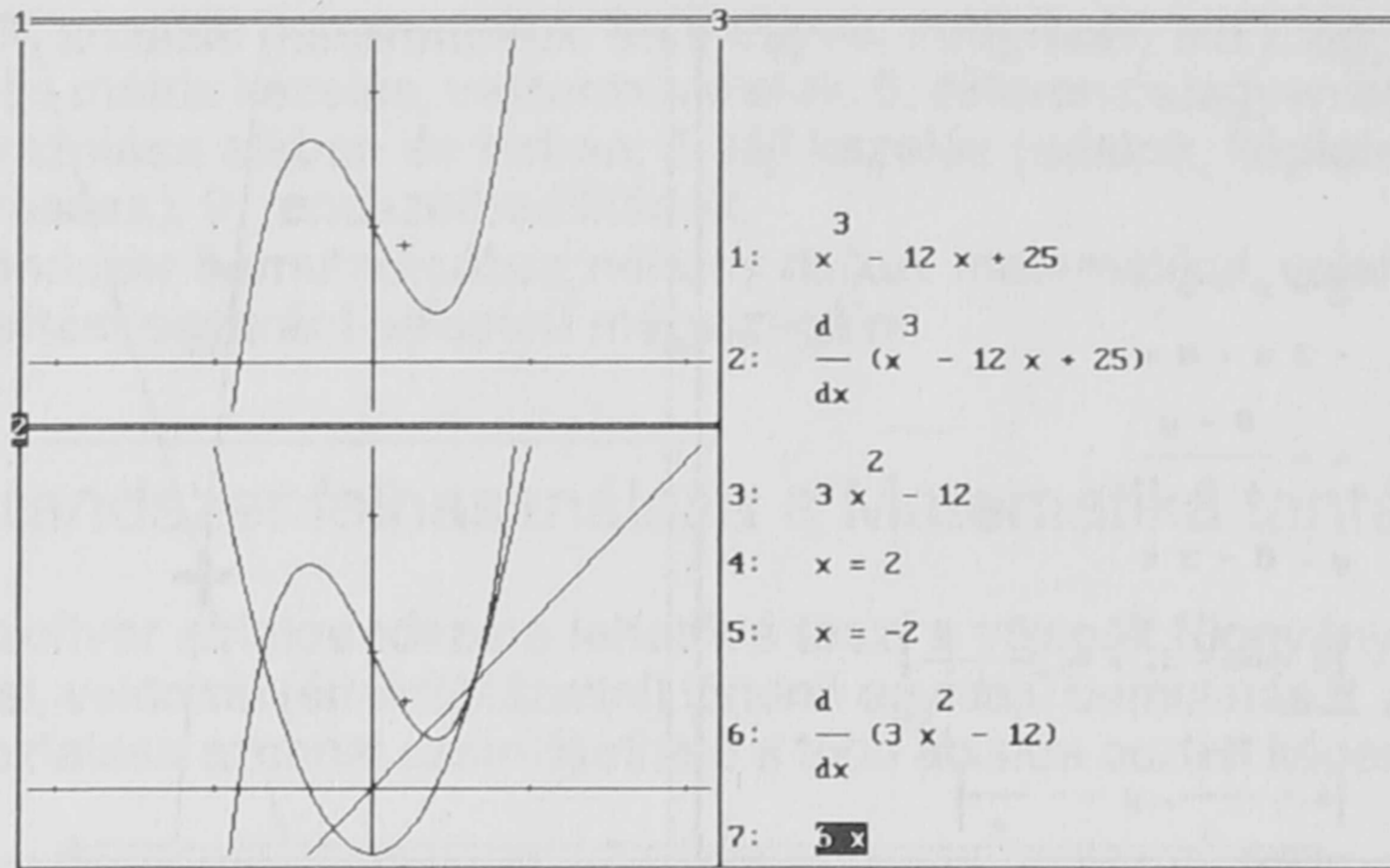


5. ábra

A rendszer lehetővé teszi, hogy a grafikon egy fontos, nem látható részét akár több lépésben is kinagyítsuk. Ezt mutatja be a 4. és az 5. ábra (Zoom).

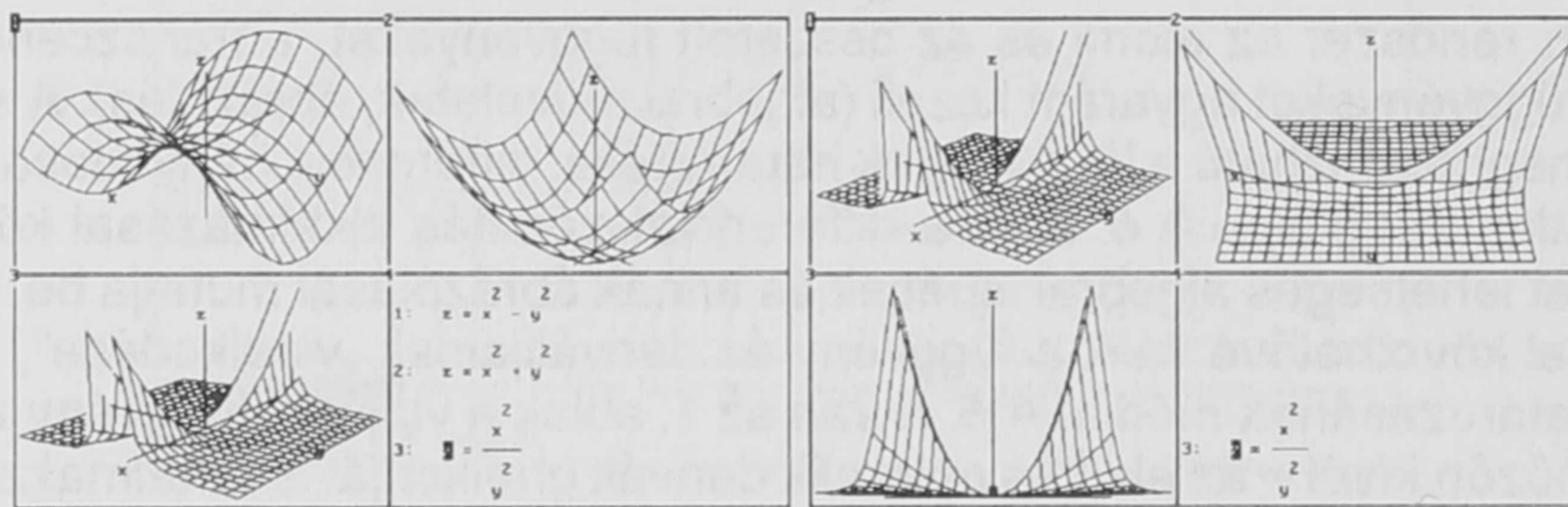
A DERIVE rendszer felhasználásával – a gyakorlás fázisában – rövid idő alatt sok eltérő függvény vizsgálata valósítható meg. A szoftver alkalmazása segítséget nyújthat a differenciált tanulói foglalkoztatásra. A gyengébb képességű/tudású tanulókkal a tanár foglalkozik, a többiek a DERIVE szoftver segítségével meghatározott feladatokat (függvényvizsgálat) oldanak meg (számítógépek száma alapján két vagy több tanuló dolgozik egy géppel).

A többváltozós függvények analízise során gyakran merül fel problémaként a grafikonok elkészítése és szemléltetése. Különösen a rajz elkészítésének időigénye jelent problémát. A DERIVE rendszer (DX 386 – 40 processzor mellett) egy függvény grafikonját 5-20 másodperc alatt készíti el. Több ablak alkalmazásával jól vizsgálható az algebrai kifejezés tagjainak (tényezőinek), a műveletek változásának a hatása.



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window  
 Zoom  
 Enter option  
 Cross x:1.0416666 y:16.015625 Scale x:5 y:25 Derive 2D-plot

6. ábra



COMMAND: Hyper Center Eye Focal Grids Hide Length Options Plot Quit Window  
 Zoom  
 Enter option  
 Center x:8 y:8 Length x:18 y:18 Derive 3D-plot  
 COMMAND: Hyper Center Eye Focal Grids Hide Length Options Plot Quit Window  
 Zoom  
 Enter option  
 Center x:8 y:8 Length x:18 y:18 Derive 3D-plot

7. ábra

8. ábra

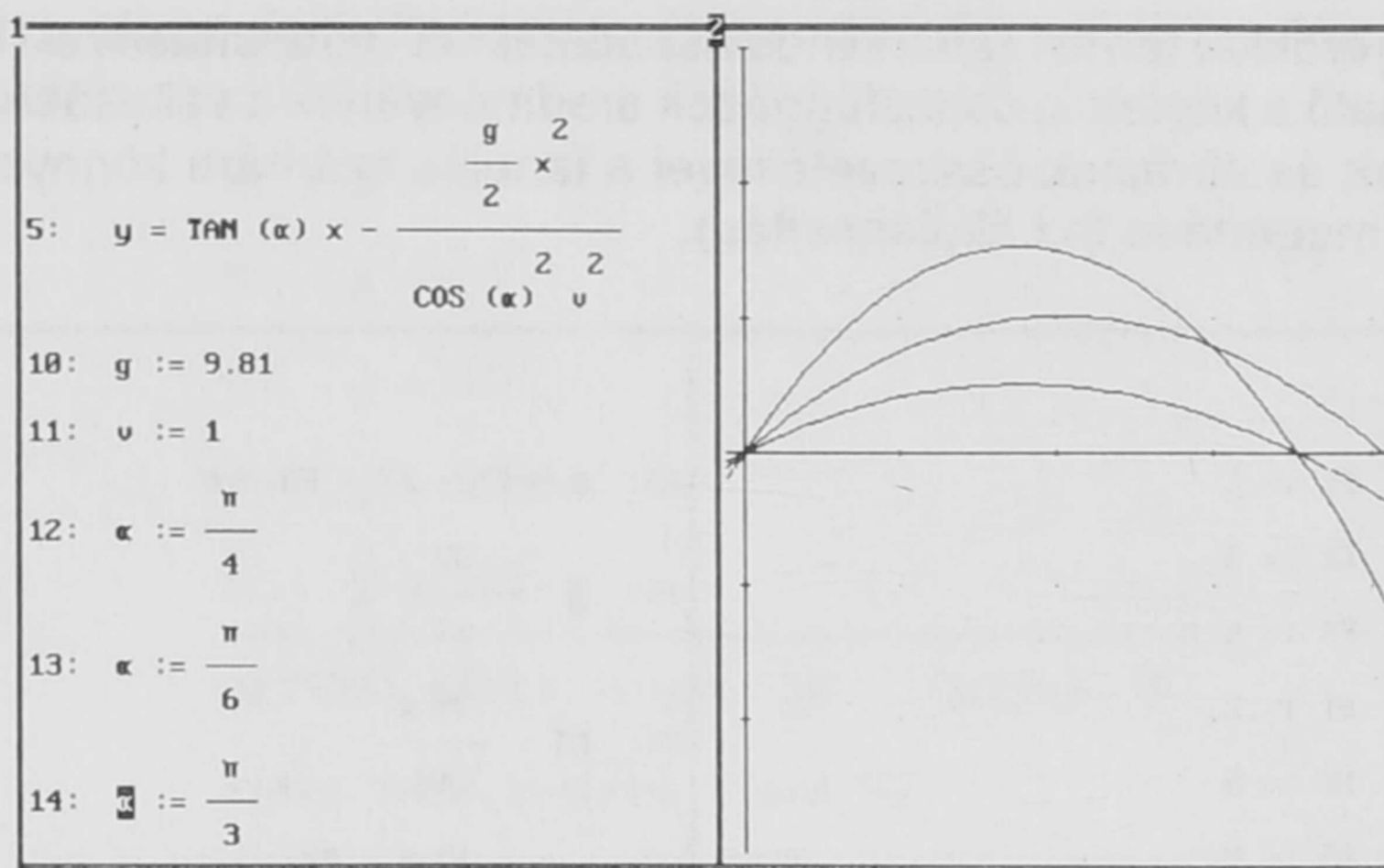
A 7. ábra néhány „egyszerű” függvény képletét és grafikonját tartalmazza. A nyomda-technika miatt nem látható, de itt is alkalmazhatók színek. Például eltérő színnel ábrázolhatók a tengelyek, az ábra felső és alsó felületei. A 7. ábrán megfigyelhető, hogy a felületek ábrázolását szakaszok (rácsszerkezet) segítségével valósították meg. Az ábra rácsvonalainak hossza a Grids paranccsal módosítható. Ez okozta az 1. és a 3. ablak rácsszerkezetének aránybeli eltéréseit. Az ábrázolt térelem, felület különböző irányokból is vizsgálható, így kiküszöbölhető a csak egyetlen nézőpont – néha – megértést zavaró hatása (8. ábra).

Az eddig leírtak a rendszer lehetőségeinek csak töredékét mutatták be (a fentiek csak módszertani válogatásnak tekinthetők). A következő részben a matematika eszköztárát felhasználó más tantárgyakhoz kerestünk példákat.

**A DERIVE rendszer alkalmazása Fizika, Mechanika, Számítástechnika és Informatika tantárgyakban:**

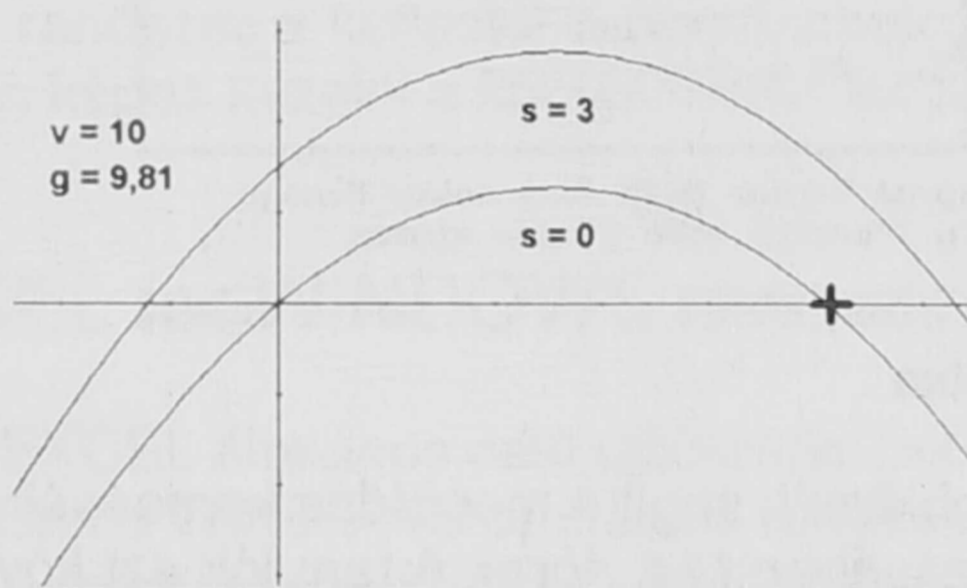
A Fizika tantárgy a matematikai apparátust gyakran alkalmazza. Itt a matematikában tanultakat – általában – ismertnek tételezzük fel, tehát fokozottan igaz, hogy célszerű meggyorsítani a számításokat, az ábrázolást. Példaként a ferdehajítás „szimulációval” történő tárgyalását mutatjuk be (9. ábra). Az 1. ablak a kiindulási összefüggésekből levezetett 5. képletet, valamint a behelyettesített adatokat tartalmazza. A 2. ablak az eltérő indítási szögekhez tartozó röppályákat mutatja be (9. ábra). A képlet, az adatok és a grafikon együttes bemutatása elősegítheti a lezajló folyamat, az alkalmazott képletek megértését.

Az adatok – kezdősebesség, indítási szög, nehézségi gyorsulás – megváltoztatásával modellezhető a ferdehajítás. Megfelelő adatok behelyettesítésével, valamint az 5. képlet bővítésével (út) megoldható a vízszintes hajítás ( $\alpha = 0^\circ$ ) és a nem nulla (0) magasságból indított test röppályájának az elemzése is (10. és 11. ábra).



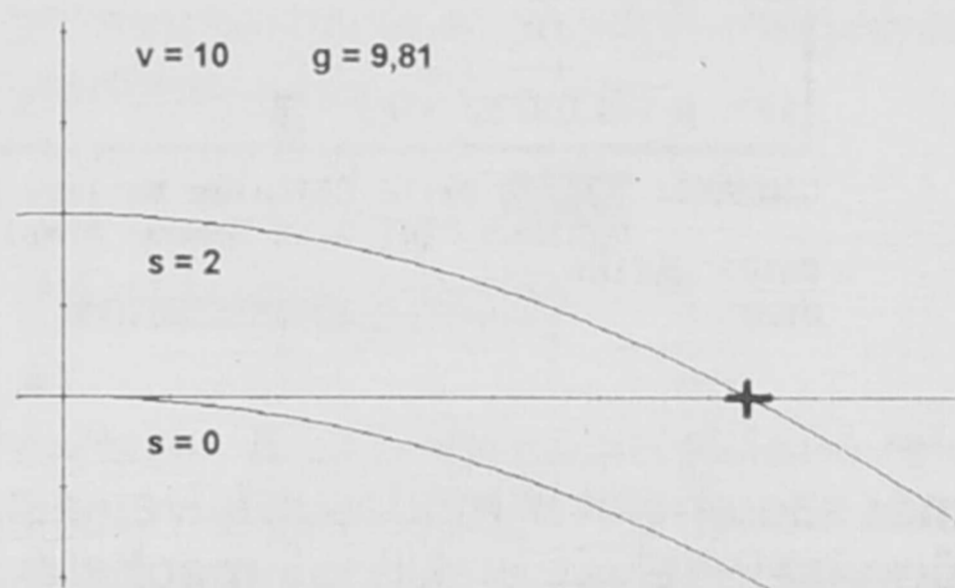
COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window  
Zoom  
Enter option  
Cross x:0.05625 y:-0.0054687 Scale x:0.025 y:0.025 Derive 2D-plot

9. ábra



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window  
Zoom  
Enter option  
Cross x:18.222222 y:0 Scale x:2 y:2 Derive 2D-plot

10. ábra



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window  
Zoom  
Enter option  
Cross x:6.3888888 y:0 Scale x:1 y:1 Derive 2D-plot

11. ábra

A grafikus kurzor segítségével becsülhető a test által megtett vízszintes és függőleges út (Cross). A távolságok algebrai módszerekkel természetesen pontosan is meghatározhatók. Differenciálegyenletek segítségével leírható a légellenállás hatása is.

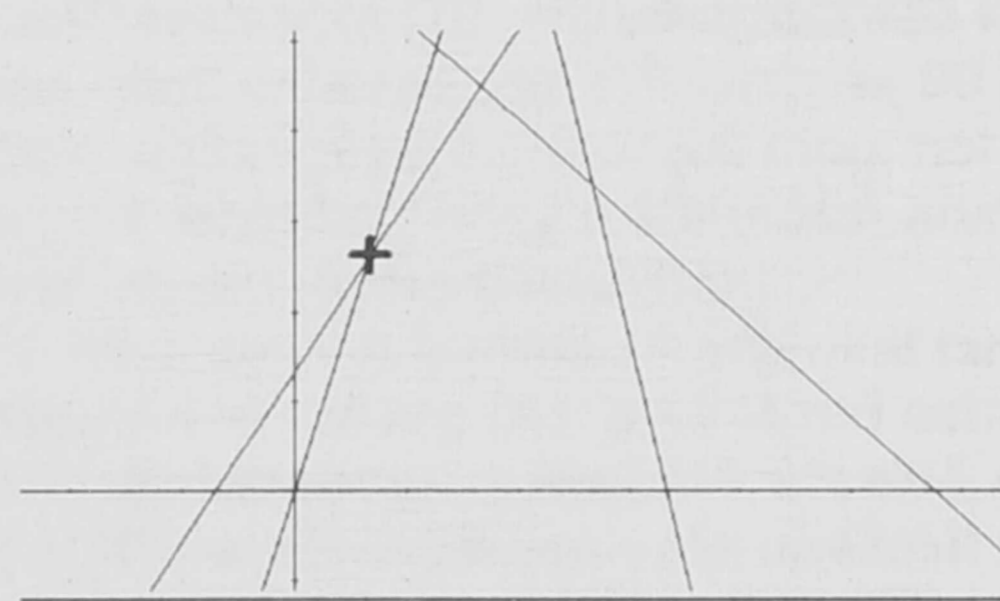
Az elkészített ábrák tartalmának értelmezése lényeges tanári feladat. Például:

- a röppályák a negatív x tartományban hogyan értelmezhetők;
- hogyan értelmezhető a negatív y tartományban a röppálya (gödör, hegyoldal).

A Mechanika tantárgyban (egyes elemeiben fizika) szintén található olyan matematikai összefüggésekkel leírható problémák (feladatok), amelyek a DERIVE szoftver segítségével modellezhetők, bemutathatók:

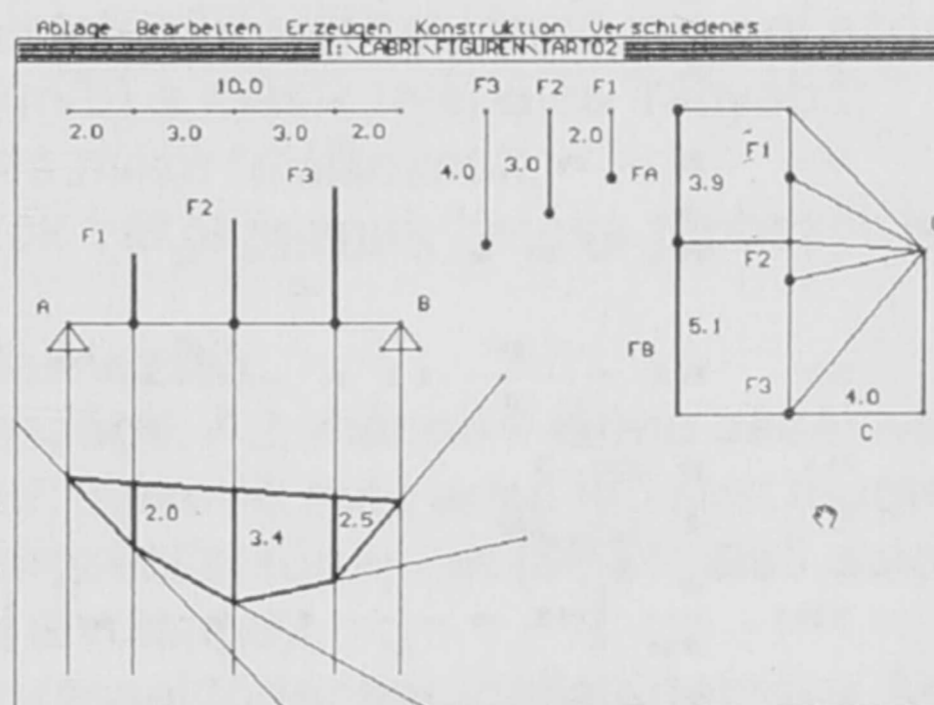
- a koncentrált erőkkel terhelt;
- a megoszló erővel terhelt kéttámaszú tartók nyomatóki ábrájának megszerkesztése;
- a rugalmas szál egyenletének levezetése, majd az ábra megjelenítése.

Itt az első két probléma egy-egy lehetséges feldolgozását mutatjuk be röviden.



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window  
Zoom  
Enter option  
Cross x:2 y:7.875 Scale x:3 y:3 Derive 2D-plot

12. ábra



13. ábra

A koncentrált erőkkel terhelt tartó kiindulási adatainak módosításával (F1, F2, F3, l1, l2, l3, l) vizsgálható a képletek, összefüggések eredményének a változása. Az ismétlődő példák adatainak és ábráinak összevetésével a tanulók számára könnyebbé válhat az összefüggések megértése (az általánosítás).

<pre> 1: F1 := 2 2: F2 := 3 3: F3 := 4 4: l1 := 2 5: l2 := 5 6: l3 := 8 7: l := 10 8: F1 l1 + F2 l2 + F3 l3 - B l = 0 12: <math>\bar{q}</math> := <math>\frac{51}{10}</math> 13: A = F1 + F2 + F3 - B                 </pre>	<pre> 13: A = F1 + F2 + F3 - B 15: <math>\bar{q}</math> := <math>\frac{39}{10}</math> 20: M1 = <math>\frac{39 x}{10}</math> 21: M2 = <math>\frac{19 x + 40}{10}</math> 22: M3 = <math>\frac{190 - 11 x}{10}</math> 23: M4 = <math>\frac{51 (10 - x)}{10}</math>                 </pre>
--	--

COMMAND: **Author** Build Calculus Declare Expand Factor Help Jump solve Manage  
Options Plot Quit Remove Simplify Transfer move Window approx  
Enter option  
User I:UJMEGERO.DMO Free:99% Derive Algebra

14. ábra

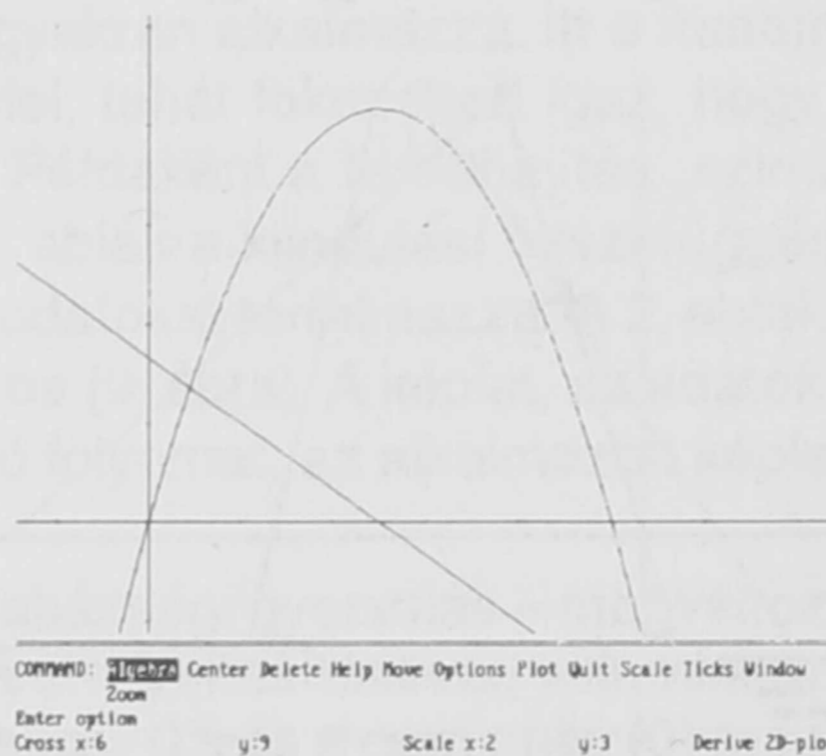
A tanár szerepe itt is módosul: felveti a problémát; segít a megoldás keresésében, az összefüggések helyes alakjának meghatározásában (14. ábra). A tanulók ezt követően önállóan (egyéni vagy csoportmunkában) vizsgálhatják az adatok változásainak következményeit (függvények alakja például a 12. ábrán). A kapott függvényalakok összehasonlíthatók a szerkesztett nyomatéki ábrával (13. ábra), illetve az algebrai módszerekkel meghatározott eredményekkel (14. ábra). A grafikus kurzor mozgatásával (Cross) és az y érték leolvasásával megbecsülhető az egyes erők hatásvonalában fellépő nyomatékok nagysága. Tanulói feladat a metszéspontok és az egyes erők hatásvonalának egyeztetése; a becslt, a számított és a szerkesztéssel kapott nyomatéki értékek összehasonlítása.

A megoszló erővel terhelt tartó esetén a feldolgozás az előző példával közel azonos módon valósítható meg. A különbség itt az, hogy a nyomatéki ábra mellett a nyíróerő ábra is könnyen elkészíthető. A nyomatékfüggvényből a nyíróerőfüggvény deriválással jön létre (15. ábra), ami a nyíróerő ábra megszerkesztett változatának és a DERIVE szoftverrel megjelenített grafikonjának (16. ábra) az összehasonlításával szemléltethető. Matematikai levezetésekkel (képletek rendezése, egyenletrendszer megoldása, deriválás, adatok behelyettesítése a DERIVE szoftverrel) meghatározható a veszélyes keresztmet-szet helye, a reakcióerők nagysága. A grafikus kurzor mozgatásával (Cross) itt is becslhető a nyomaték maximális értéke.

```

1: q = p l
2: A =  $\frac{p l}{2}$ 
3: B = A
4: M1 = A x -  $\frac{p x}{2} x$ 
5: M1 =  $\frac{p}{2} (l x - x^2)$ 
8: p := 1
9: l := 10
10:  $\frac{d}{dx} [M1 = \frac{p}{2} (l x - x^2)]$ 
11:  $\bar{q}$  = 5 - x
                
```

15. ábra



16. ábra

A terjedelmi korlátok miatt a Számítástechnikai és Informatikai alkalmazásra csak rövid utalásokat teszünk.

$$1: \quad y = 6x - 8$$

$$2: \quad x := 3$$

$$3: \quad y = 0A$$

$$4: \quad y = 1010$$

$$5: \quad \int = 101$$

---

OPTIONS RADIX: Input: 10      Output: 3

Enter base between 2 and 36

17. ábra

A DERIVE szoftver többek között:

- az elkészített és kipróbált képleteket a BASIC, C, FORTRAN, PASCAL szabályainak megfelelően fájlba menti;
- a rendszer a kettestől a harminchatos számrendszerig szabadon megválasztható módon képes kezelni a konstansokat és az eredményeket (17. ábra).

## EXCEL for WINDOWS rendszer (táblázatkezelő)

Az EXCEL általános célú táblázatkezelő rendszer. A számítógépre történő telepítése feltételezi a WINDOWS operációs rendszert. Használata – a DERIVE rendszerrel ellentétben – nagy szabad RAM és winchester területet igényel (természetesen léteznek egyszerűbb, kisebb tárigényű szoftverek is). Az EXCEL 4.0/5.0 változat nagy előnye, hogy hozzáférhető a magyar nyelvű változat, beépített HELP funkcióval.

A táblázatkezelő rendszerek jellegzetessége, hogy az információt ún. mátrix formátumban kezelik. A táblázatkezelő alapegysége a cella, amely sorával (számmal: 1,2,3, stb.) és oszlopával (nagybetűvel: A,B,C, stb.) jelölhető ki. A cellák megadása történhet abszolút (pl.: \$A\$1) és relatív (A1) címezéssel. Egy cella tartalmazhat: számot, szöveget, műveletet (képletet). A cellák egér segítségével kijelölhetők, tartalmuk módosítható, törölhető, másolható. Az EXCEL rendszer sokféle beépített matematikai, statisztikai, logikai függvényt ismer. A számítási eljárások (képletek) függvényeket, matematikai műveleteket, számokat és cellacímeket egyaránt tartalmazhatnak. Műveletek végezhetők egyes cellákkal, de ún. cellatartományokkal is. (Egy tartományt a bal felső és jobb alsó cella címének megadásával lehet kijelölni, pl.: A1:B3.) A relatív címek használatával, valamint a cellatartományok kijelölésével műveletek sorozata adható meg a Szerkesztés menü segítségével. (A bemutatott példák csak egyszerű, könnyen alkalmazható megoldásokat tartalmaznak.)

*EXCEL táblázatkezelő alkalmazása a Fizika és a Matematika tantárgyakban:*

Egy fizika feladat feldolgozását mutatja be a 18. ábra:

- adott távolságra (70 km) elhelyezkedő két településről két jármű indul el azonos időpontban adott sebességgel (10 km/h és 80 km/h) a másik település irányába;
- ábra segítségével határozzuk meg, hol és mikor találkoznak;
- tegyük lehetővé, hogy a kiindulási adatok változásának hatása többször is megfigyelhető legyen (gyors bemutatás).

A 18. ábra cellái a következő adatokat tartalmazzák:

- magyarázó szöveg (A1: első jármű sebessége, A2: második jármű sebessége, s: a két település távolsága, t: eltelt idő, s1: első, s2: második autó adott idő alatt megtett útja);
- állandókra történő hivatkozás abszolút címezéssel történhet (\$B\$1: első autó, \$B\$2: második autó sebessége; \$D\$1: települések távolsága);
- időtáblázatra való hivatkozás relatív címezéssel történhet (cellatartomány A4: A25);
- első autó által megtett út kiszámításának képletei (B4-től);

– második autó által megtett út kiszámításának képletei (C4-től).

A magyarázó szöveg és az állandók bevitele a cella kijelölése (egérrel rámutat) után egyszerű gépelési feladat (a cellatartalom módosítása is így történhet). Az idősorozat – kezdő értékének megadása után (0 érték az A4 cellába) – az Adatok menü Sorozatok almenü kiválasztásával készíthető el (lépésköz és végérték kijelölésével). Az első autó által megtett út nem más, mint a sebesség állandó (\$B\$1) és az eltelt idő (A4, A5, stb) szorzata. A második autó esetében: a sebesség (vektor) negatív (\$B\$2); itt a megtett utat a két pont távolságának (\$D\$1) figyelembevételével kell meghatározni (csak így ábrázolható a feladat egy koordináta-rendszerben).

A látszólag bonyolult képleteket a felhasználónak csak a B4 és a C4 cellákba kell begépelnie. A relatív címzés (A4) segítségével a többi képlet egyszerű szerkesztési eljárással – másolással – vihető be a B és C oszlop celláiba:

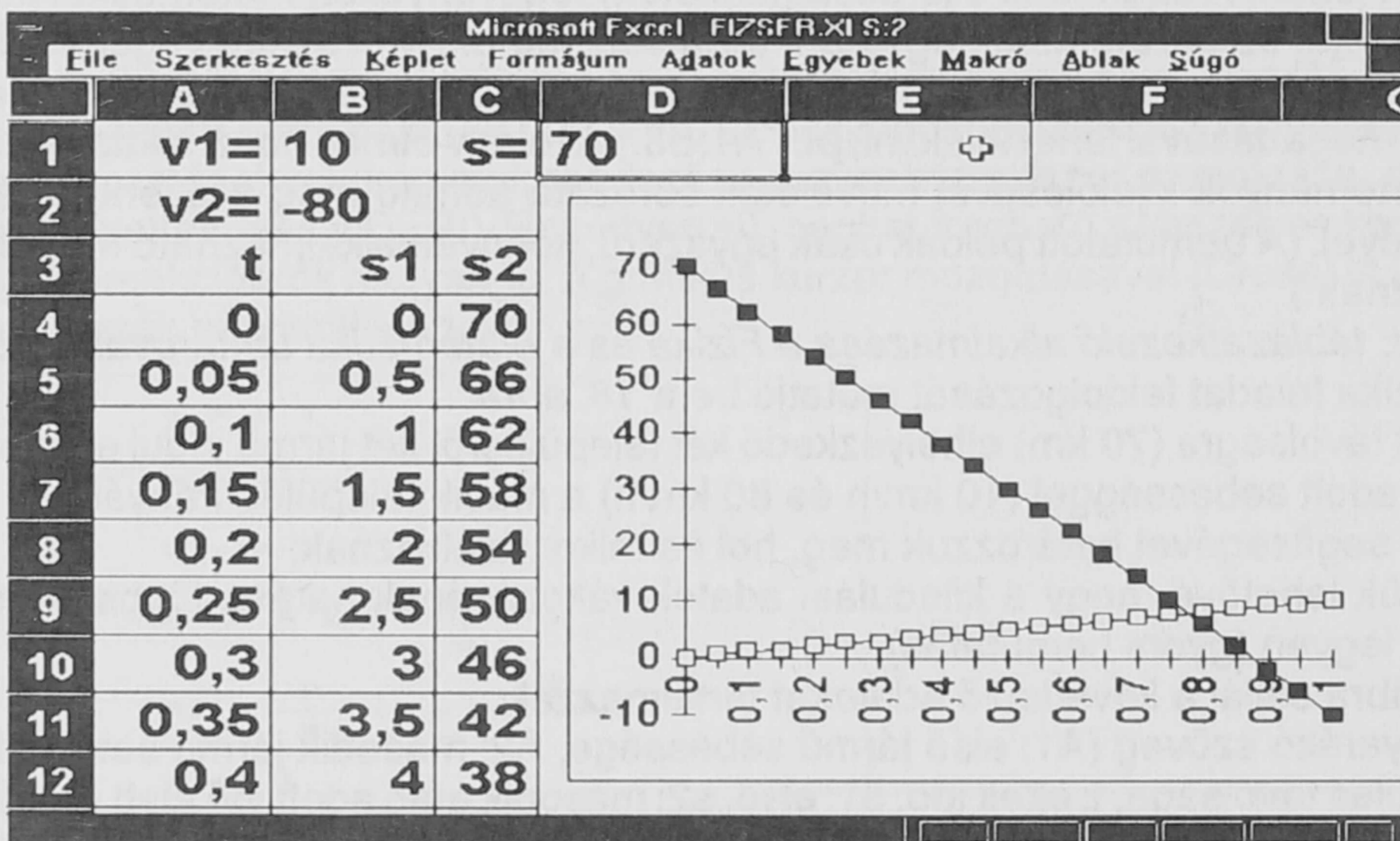
- a B4 és C4 cellák kijelölése (az egér segítségével);
- a Szerkesztés menü Kivág, majd Másol funkciójának kiválasztása;
- a B és C oszlop idő paramétert (t) tartalmazó sorainak egy lépésben történő kijelölése (egér segítségével), majd az ENTER billentyű lenyomása.

*(Az eljárás lépéseinek leírása sokkal nehezebb, mint a tényleges végrehajtás.)*

	A	B	C
1	v1=	10	s=
2	v2=	-80	
3	t	s1	s2
4	0	=(B\$1*A4)	=(D\$1+B\$2*A4)
5	0,05	=(B\$1*A5)	=(D\$1+B\$2*A5)
6	0,1	=(B\$1*A6)	=(D\$1+B\$2*A6)
7	0,15	=(B\$1*A7)	=(D\$1+B\$2*A7)
8	0,2	=(B\$1*A8)	=(D\$1+B\$2*A8)
9	0,25	=(B\$1*A9)	=(D\$1+B\$2*A9)
10	0,3	=(B\$1*A10)	=(D\$1+B\$2*A10)
11	0,35	=(B\$1*A11)	=(D\$1+B\$2*A11)
12	0,4	=(B\$1*A12)	=(D\$1+B\$2*A12)

18. ábra

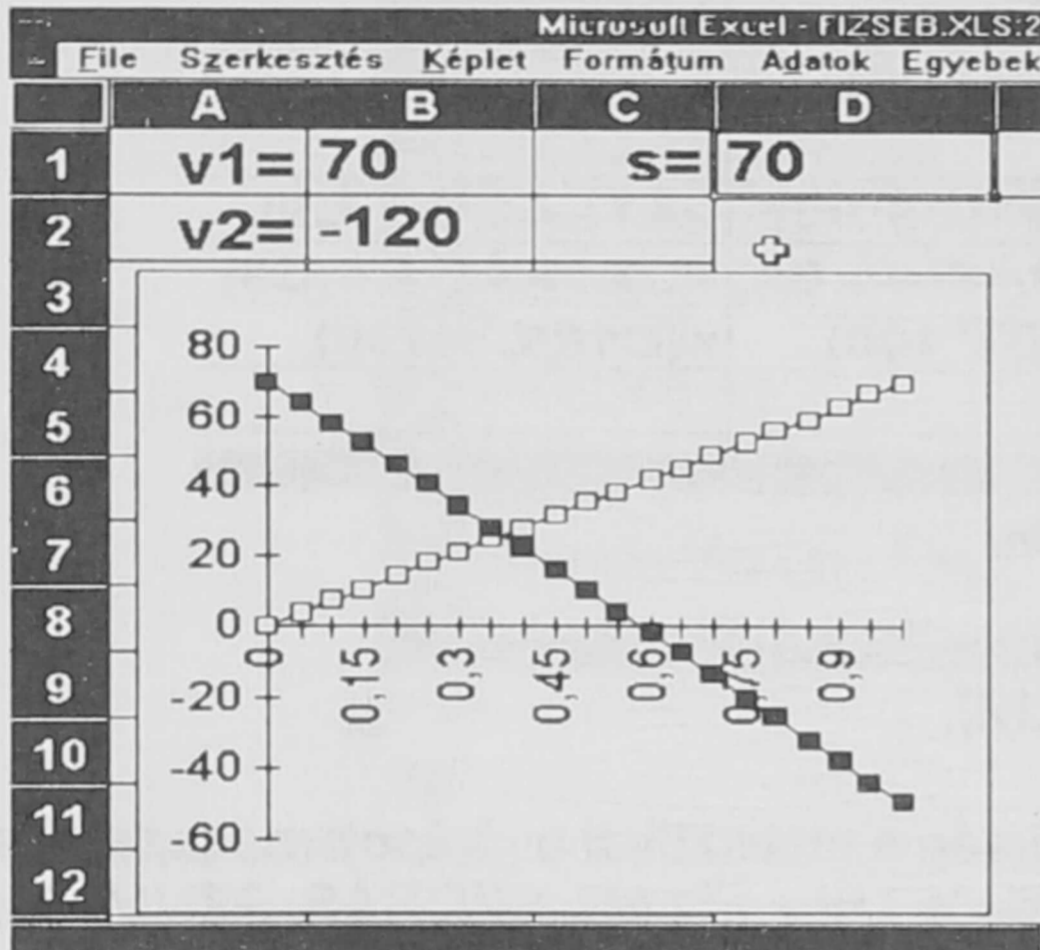
A 18. ábrán látható, hogy minden sor (a 4.-től) a neki megfelelő időparaméter relatív címét (értékét) tartalmazza.



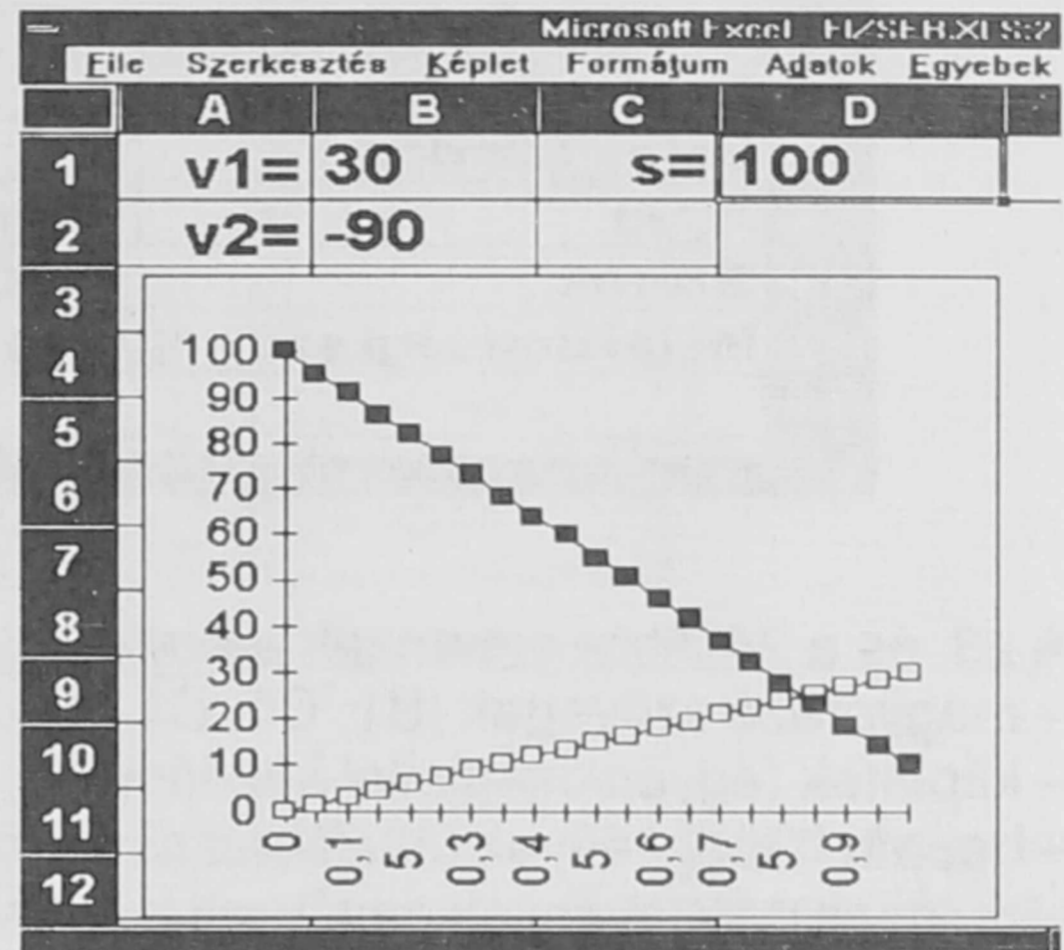
19. ábra

A tanítási órán természetesen nem a táblázatkezelő képleteit, hanem az eredményeket és a grafikont célszerű bemutatni (19. ábra).

Az eredmények közös megbeszélése, értelmezése itt sem maradhat el (lásd DERIVE). A táblázatkezelők alapvető sajátossága, hogy ha az egyes cellák tartalmát (itt sebesség és távolság állandók) kicseréljük, akkor a rendszer minden olyan adatot és grafikont aktualizál (módosít), amely a megváltoztatott cellák címét tartalmazza (20. és 21. ábra). Ez a rendszersajátosság teszi lehetővé, hogy a tanulók a rendelkezésre álló idő alatt önállóan, vagy a tanárral közösen sok eltérő kiindulási adatot tartalmazó változatot vizsgáljanak meg (lásd DERIVE: sok példa, megértés meggyorsítása, általánosítás).

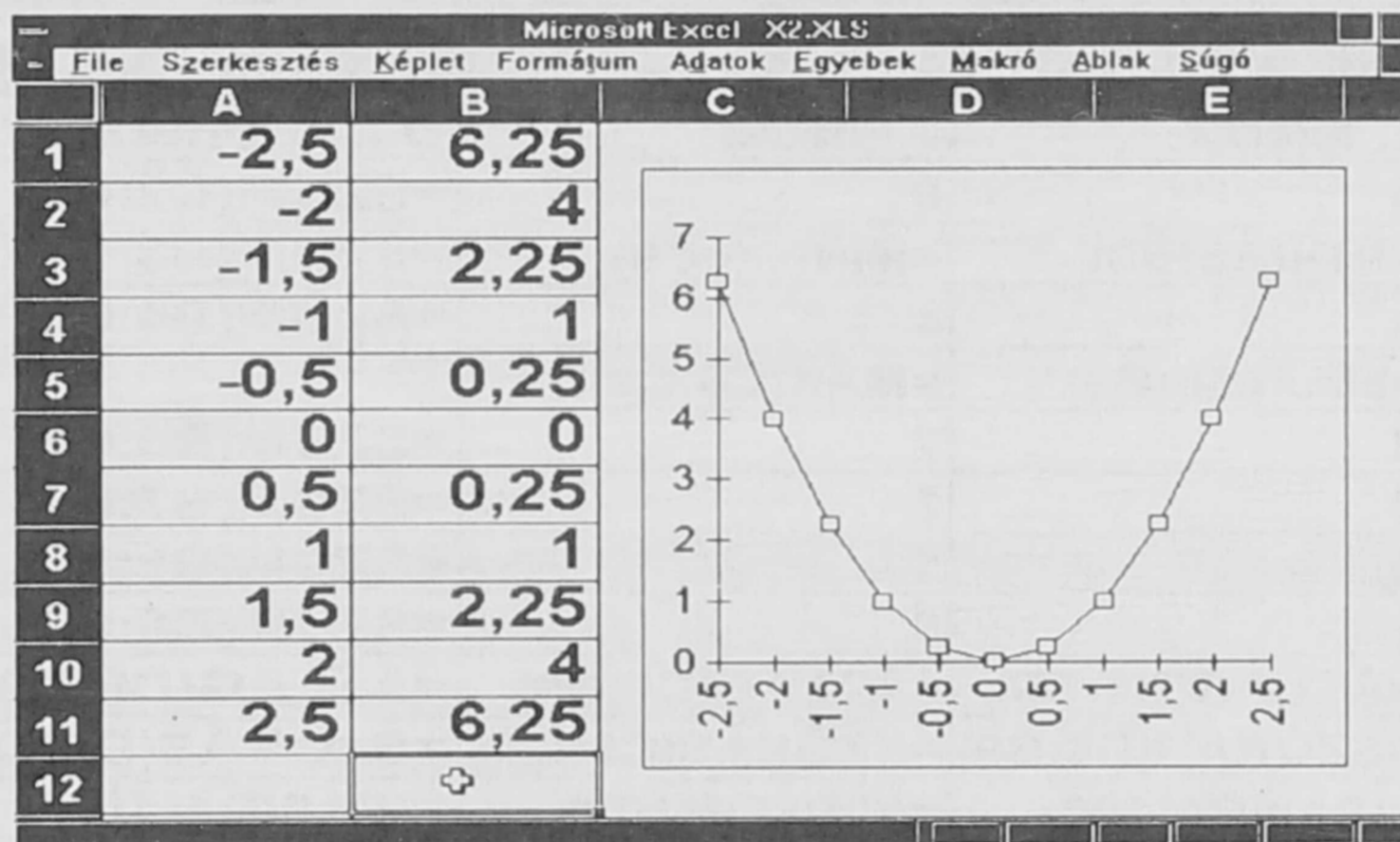


20. ábra



21. ábra

A 22. ábra egy matematikai alkalmazást tartalmaz (az  $y = x^2$  függvény értéktáblázatát és grafikonját). Az adatok bevitele a 18. ábránál leírtak szerint történt (x érték sorozatként, az y érték képlet megadásával, majd másolással). A fizikai feladathoz hasonlóan itt is megadható több függvény – adatoszlop – (lásd DERIVE 2. ábra), megváltoztatható az értéktáblázat tartalma, vizsgálható a módosítások hatása.



22. ábra

## EXCEL táblázatkezelő alkalmazása a pedagógiai értékelésben

Az iskolai ellenőrzés és értékelés gyakran megköveteli a pedagógustól néhány időigényes számítási eljárás (statisztika: átlag, szórás, megoldottsági szint stb.) alkalmazását. Táblázatkezelő szoftver segítségével előre elkészíthető egy munkalap, amely a leggyakoribb statisztikai módszereket tartalmazza. Egy adott mérés feldolgozása ezt követően csak az elkészített munkalap néhány elemének módosítását teszi szükségessé. A táblázatkezelők lehetővé teszik, hogy a statisztikai eljárásokat tartalmazó munkalap csak két tanuló (sor) és két feladat/item (oszlop) állandóit és képleteit tartalmazza, de bármikor oszlopokkal (feladat/item szám) és sorokkal (tanulói létszám) bővíthető legyen.

Microsoft Excel - MLRUL0.XLS			
File Szerkesztés Képlet Formátum Adatok Egyebek Makró Ablak Súgó			
	A	B	C
1		1. feladat	2. feladat
2	Minimum	0	0
3	Tényleges minimum	=MIN(B6:B9)	=MIN(C6:C9)
4	Maximum	1	4
5	Tényleges maximum	=MAX(B6:B9)	=MAX(C6:C9)
6	Barna József	0	2
7	Horváth Tünde	0	2
8	Tomor Pál	0	1
9	Veres Sándor	1	0
10	Átlag	=ÁTLAG(B6:B9)	=ÁTLAG(C6:C9)
11	Szórás	=SZÓRÁS(B6:B9)	=SZÓRÁS(C6:C9)
12	Megoldottsági szint %	=(B10/B4*100)	=(C10/C4*100)
13			

23. ábra

A 23. és a 24. ábra a munkalap egy lehetséges formáját mutatja be:

- magyarázó szövegek (B1, C1, D1, A2 : A12);
- képletek (egyenlőségjellel kezdődnek);
- beépített függvények (általában nincs szükség a statisztikai eljárások megszerkesztésére, csak a függvények nevét kell ismerni: MAX; MIN; ÁTLAG; SZÓRÁS; SZUM, majd ehhez kell a cellatartományt kijelölni);
- kiindulási adatok (elérhető pontszámok intervalluma 1. feladat 0/1, 2. feladat 0/4);
- a tanulók pontszámai (pl.: Barna József 0/2; Veres Sándor 1/0);
- statisztikai mutatók (feladat, összpontszám átlag: 10. sor; szórás: 11. sor; megoldottsági szint: 12. sor);
- összpontszámok képzése (D oszlopban).

Microsoft Excel - MLRUL0.XLS			
File Szerkesztés Képlet Formátum Adatok Egyebek Makró Ablak Súgó			
	B	C	D
1	1. feladat	2. feladat	Összpontszám
2	0	0	=SZUM(B2:C2)
3	=MIN(B6:B9)	=MIN(C6:C9)	=SZUM(B3:C3)
4	1	4	=SZUM(B4:C4)
5	=MAX(B6:B9)	=MAX(C6:C9)	
6	0	2	=SZUM(B6:C6)
7	0	2	=SZUM(B7:C7)
8	0	1	=SZUM(B8:C8)
9	1	0	=SZUM(B9:C9)
10	=ÁTLAG(B6:B9)	=ÁTLAG(C6:C9)	=ÁTLAG(D6:D9)
11	=SZÓRÁS(B6:B9)	=SZÓRÁS(C6:C9)	=SZÓRÁS(D6:D9)
12	=(B10/B4*100)	=(C10/C4*100)	=(D10/D4*100)
13			

24. ábra

A táblázatkezelők segítségével csak egyszer kell rögzíteni a vizsgált osztály tanulóinak a nevét, valamint az értékeléshez szükséges összefüggéseket. Az elkészített munkalap tárolható, ha szükséges részben vagy egészben kinyomtatható, bármikor adatok bevitelével aktualizálható.

A statisztikai eljárások eredményeit a 25. ábra mutatja be. A Tényleges minimum és maximum adatok arra szolgálnak, hogy a begépelte tanuló pontszámokat össze lehessen hasonlítani a lehetséges minimális (0) és maximális (1/4) értékekkel. Ezzel kiszűrhetővé válik a gépelési hibák egy része. A táblázatkezelők ezenkívül támogatják a kijelölt sorok vagy oszlopok nagyság szerinti sorbarendezését is. Ez történhet szöveg alapján (ABC rend), pontszámértékek alapján (csökkenő, növekvő) egyaránt.

- Az elkészített munkalap az EXCEL megismerése után egyéb eljárásokkal bővíthető:
- logikai függvények segítségével a pontszámokhoz osztályzatok rendelhetők;
  - korrelációs és egyéb összefüggés-vizsgálatok végezhetők a bevitt adatok alapján;
  - az adatokból 2-D és 3-D grafikonok szerkeszthetők.

Microsoft Excel MENBEO.XLS				
File Szerkesztés Képlet Formátum Adatok Egyebek Makró Ablak Súgó				
	A	B	C	D
1		1. feladat	2. feladat	Összpontszám
2	Minimum	0	0	0
3	Tényleges minimum	0	0	0
4	Maximum	1	4	5
5	Tényleges maximum	1	2	
6	Barna József	0	2	2
7	Horváth Tünde	0	2	2
8	Tomor Pál	0	1	1
9	Veres Sándor	1	0	1
10	Átlag	0,25	1,25	1,50
11	Szórás	0,50	0,96	0,58
12	Megoldottságl szlnt %	25,00	31,25	30,00
13				

25. ábra

A bemutatott szoftverek és alkalmazások valószínűleg bizonyították azt, hogy nem csak az oktatási célra készített programok használata segítheti a tanítási-tanulási folyamat megszervezését. Gazdaságossági szempontok alapján pedig egyértelműen állítható, hogy a jól kiválasztott „általános célú, többfunkciós” szoftverek hosszú távon olcsóbbak (sokszor, sokan alkalmazhatják).

A számítógépek használata automatikusan nem eredményezi az oktatás hatékonyságának növekedését (más taneszközökre is igaz ez az állítás). Ugyanakkor az új eszközök alkalmazására való felkészülés, a célok és követelmények átgondolása, a problémák megoldására való törekvés, a lehetséges módszerek számbavétele növelheti az oktatás eredményességét. A bemutatott példák alapján állítható, hogy a számítógépek alkalmazása (egy vagy több gép) egy megoldási lehetőséget nyújt a rendelkezésre álló idő szűkösségéből és a tanulói különbségekből fakadó problémákra.

A bemutatott DERIVE és EXCEL, valamint a funkcióikban hasonló szoftverek a tanítási-tanulási folyamat hatékonyságát úgy növelhetik, hogy közben csökkenhet a „letanítási stratégia” veszélye. Megváltoztathatják azt az állapotot, hogy az oktatási folyamatban kizárólag a tanár az információforrás. Támogatják a tanárt a tanulók tudás és képesség szerinti foglalkoztatásában.

A CAS rendszerek:

- segítik a szemléltetést (jól látható, megfigyelhető ábrák, grafikonok);
- gyors ismétlési lehetőséget biztosítanak, támogatják a tanulók önálló gyakorlását;
- paraméterek felhasználásával modellezési lehetőséget nyújtanak, ezzel segítik a tanulókat az összefüggések felismerésében.

A bemutatott rendszerek természetesen nemcsak Magyarországon hozzáférhetőek. Például Ausztriában minden oktatási intézmény már évek óta több különféle (nem csak oktatási célú) IBM szoftvert ingyenesen megrendelhet (CAS rendszerek, szövegszerkesztők, grafikai rendszerek stb.). Ehhez kapcsolódóan a tartományok pedagógiai intézetei továbbképzéseken készítik fel a tanárokat a hozzáférhető szoftverek iskolai alkalmazására. A felkészítés a szoftverek bemutatását mindig összekapcsolja az alkalmazás módszertani lehetőségeinek és korlátainak feltárásával.

## IRODALOM

- Brückner Huba: Számítógépek az oktatásban – Számítógépes oktatás. KSH, Budapest, 1978.  
 Gerő Judit: EXCEL 4.0 for Windows. ComputersBooks, Budapest, 1993.  
 Gilligan, L. – Marquardt, J. : Calculus and the Derive Program Gilmar Publishing Comp. Cincinnati, OH, 1990  
 Számítógép-Oktatásügy-Iskola. Szerk.: Csákö Mihály. Társadalomtudományi Intézet, Budapest, 1989